



MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE



## CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"



INSPECTORATUL ȘCOLAR  
JUDEȚEAN IAȘI

ETAPA JUDEȚEANĂ  
16 martie 2019

FACULTATEA  
CONSTRUCȚII DE MAȘINI  
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera Teoretică : profilul Real - Științe ale Naturii

Clasa a XI -a

### Problema 1.

Fie matricele  $A = \frac{1}{4} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$  și  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ .

Demonstrați că  $(I_2 + iA)^n - (I_2 + iB)^n = ((1+i)^n - 1)(A - B), \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

### Problema 2.

Se consideră funcțiile  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} x-1, & x < 1 \\ \ln x, & x \geq 1 \end{cases}$ ,  $g(x) = \begin{cases} x^2-1, & x < 0 \\ e^x, & x \geq 0 \end{cases}$ .

Determinați funcțiile  $f \circ g$  și  $g \circ f$  și studiați continuitatea lor.

### Problema 3.

a) Dacă funcția  $f: [1, 2] \rightarrow [2, 5]$  este continuă, demonstrați că ecuația  $f(x) = x^2 + 1$  are cel puțin o soluție în intervalul  $[1, 2]$ .

b) Dați exemplu de o funcție  $g: [1, 2] \rightarrow [2, 5]$  pentru care ecuația  $g(x) = x^2 + 1$  nu are soluții în intervalul  $[1, 2]$ .

### Problema 4.

Date trei numere naturale de câte trei cifre  $m = \overline{abc}$ ,  $n = \overline{def}$  și  $p = \overline{ghi}$ , le asociem determinantul

$$\Delta(m, n, p) = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}.$$

a) Dacă  $m, n, p$  sunt numere divizibile cu 29, arătați că  $\Delta(m, n, p)$  este un număr divizibil cu 29.

b) Dacă  $m, n, p$  sunt numere prime, rezultă că  $\Delta(m, n, p)$  este un număr prim?

**Notă:** Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.